संख्या प्रणाली

किसी भी संख्या को निरूपित(Denote) करने के लिए एक विशेष Number System का प्रयोग किया जाता हैं। प्रत्येक **Number System** में प्रयोग किए जाने वाले अंक या अंको के समूह से उसको दर्शाया जाता हैं। प्रत्येक संख्या का एक निश्चित आधार (Base) होता हैं। जो उस Number System में प्रयोग किए जाने वाले मूल अंकों (Basic Digits) की संख्या के बराबर होता हैं। किसी भी संख्या में अंको (Digits) की स्थिति दायीं से बायीं ओर गिनी जाती हैं। किसी संख्या में प्रत्येक अंक का मान उसके संख्यात्मक मान (Face Value) तथा स्थानीय मान (Position Value) पर निर्भर करता हैं। किसी संख्या का कुल मान (Value) प्रत्येक अंक के मान का योगफल होता हैं।Decimal number System सर्वाधिक प्राचीन और सबसे प्रचलित संख्या पद्धति हैं।

आधार (Base)

किसी संख्या को निरूपित (Denote) करने के लिए प्रयोग की जाने वाली मूल अंकों (Basic Digits) की कुल संख्या उस Number System का आधार कहलाती हैं। उदाहरण के लिए, Decimal number System में सभी संख्याओं को 10 मूल अंकों (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, तथा 9) से निरूपित किया जाता हैं। अत: इसका आधार 10 हैं। Binary Number System में 2 मूल अंकों (0 तथा 1) का प्रयोग किया जाता हैं। अत: इसका आधार 2 हैं। Octal number System में आठ मूल अंकों (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, तथा 7) का प्रयोग होता हैं, अत: इसका आधार 8 हैं। Hexadecimal Number System का आधार 16 है क्योंकि इसमें सभी संख्याओं को 16 मूल अंकों (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D तथा E) से दर्शाया जाता हैं।

संख्यात्मक मान (Numerical value)

किसी संख्या में किसी अंक की Numerical value उस संख्या की स्थिति पर निर्भर करती हैं। संख्या में अंकों की स्थिति को दायीं से बायीं ओर गिना जाता हैं। सबसे दांयी और अर्थात इकाई के स्थान पर स्थित अंक की Numerical value '0' होगी। दहाई के अंक का संख्यात्मक मान '1' , सैकड़े के अंक का संख्यात्मक मान '2' जबकि हजार के अंक का संख्यात्मक मान '3' होता हैं।

स्थानीय मान (Position Value)

किसी संख्या में किसी अंक का स्थानीय मान संख्या के आधार तथा उसके संख्यात्मक मान पर निर्भर करता हैं। किसी संख्या का स्थानीय मान संख्या के आधार पर संख्यात्मक मान के घात के बराबर होता हैं।

स्थानीय मान = (आधार)संख्यात्मक मान
Position Value = (Base)Face Value

किसी संख्या का मान प्रत्येक अंक के संख्यात्मक मान तथा स्थानीय मान के गुणनफल का योग होता हैं।

उदाहरण : संख्या = $4206_{(10)}$

	चौथा अंक (हजार)	तीसरा अंक (सैकड़ा)	दूसरा अंक (दहाई)	पहला अंक (इकाई)
संख्या	4	2	0	6
संख्यात्मक मान (Face Value)	3	2	1	0
स्थानीय मान (Position Value)	$10^3=1000$	$10^2=100$	$10^1=10$	$10^0=1$
संख्या का मान = अंक x स्थानीय मान	$4\times1000=4000$	$2\times100=200$	$0\times10=0$	$6\times1=6$

संख्या का कुल मान = $4000 + 200 + 0 + 6 = 4206_{(10)}$

आएँ जाने नम्बर सिस्टम को उदाहरण के माध्यम से

Q. $a^2 - b^2$ का गुणनखंड क्या है?

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

उदाहरण -

माना 44^2-34^2

अब उपरोक्त सूत्र का प्रयोग करने पर, हमें प्राप्त होता है,

$= (44 - 34)(44 + 34) = 10 \times 78 = 780$

Q. संख्या 2,36,00,000 का मानक रूप कौन-सा है?

प्रयुक्त अवधारणा:

मानक रूप संख्याओं को एक गैर-शून्य अंक और 10 की घात के गुणनफल के रूप में व्यक्त करने का एक तरीका है।

इसका उपयोग अक्सर बहुत बड़ी या बहुत छोटी संख्याओं को संक्षिप्त और मानकीकृत प्रारूप में दर्शाने के लिए किया जाता है।

गणना:

2,36,00,000 को मानक रूप में व्यक्त करने के लिए, हम इसे 1 और 10 के बीच की संख्या के रूप में लिखते हैं, जिसे 10 की उचित घात से गुणा किया जाता है:

$\Rightarrow 2,36,00,000 = 2.36 \times 107$

∴ मानक रूप में संख्या 2,36,00,000, 2.36×107 है।

Q. दो प्राकृतिक संख्याओं के घनों का योगफल 9728 है, जबकि दो दी गई संख्याओं का योगफल 32 है। दी गई दोनों संख्याओं के घनों के बीच धनात्मक अंतर क्या है?

दो संख्याओं $(a^3 + b^3)$ के घनों का योगफल 9728 है।

संख्याओं $(a + b)$ का योगफल 32 है..(1)

प्रयुक्त सूत्र:

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

गणना:

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

$32^3 = 9728 + 3ab(32)$

$32728 - 9728 = 96ab$

$ab = 23040/96$

$= 240$

$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab$

$= 15^2 - 4 \times (36)$

$(a - b)^2 = 1024 - 960 = 64$

$a - b = 8$ ..(2)

दोनों को हल करने पर,

$2a = 40$

$a = 20$

$b = 12$

$a3 - b^3 = 20^3 - 12^3$

$= 8000 - 1728$

$= 6272$

सही उत्तर 6272 है।

Q. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका के कथनानुसार दो धनात्मक पूर्णांक a तथा b दिए जाने पर ऐसी अद्वितीय पूर्ण संख्याएँ q तथा r विद्यमान होती हैं कि $a = bq + r$, जबकि r, _____ को संतुष्ट करेगा।

प्रयुक्त संकल्पना:-

संख्याओं के एक समुच्चय का महत्तम या सबसे बड़ा सार्व गुणनखंड वह सबसे बड़ी संख्या है, जिससे समुच्चय की प्रत्येक संख्या को पूरी तरह से विभाजित किया जा सकता है।

यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका का उपयोग महत्तम समापवर्तक ज्ञात करने के लिए किया जाता है।

इस प्रमेयिका के अनुसार, किसी भी धनात्मक पूर्णांक a और b के लिए ऐसे अद्वितीय पूर्णांक q और r होते हैं।

$a=bq+r$

यहाँ, r को $0 \leq r < b$ को संतुष्ट करना चाहिए।

स्पष्टीकरण:-

उपरोक्त अवधारणा को समझने के लिए, आइए दो धनात्मक पूर्णांक 81 और 675 लें।

यहाँ, बड़ा पूर्णांक 675 है। अब उपरोक्त विभाजन प्रमेयिका से, इस संख्या को इस प्रकार लिखा जा सकता है,

$a=bq+r$

हमें प्राप्त स्थिति के लिए,

$a = 675$ और $b = 81$

$675=81\times8+27$

यह $0 \leq r < b$ का अनुसरण करता है।

यहाँ, भाजक 27 है। इसलिए, r को $0 \leq r < b$ को संतुष्ट करना चाहिए।

Q. योग $S = 0! + 1! + 2! + 3! + 4! +... .+ 100!$ पर विचार कीजिए:

यदि योग S को 60 से विभाजित किया जाए, तो शेषफल क्या होगा?

जब S को 60 से विभाजित किया जाता है तो शेषफल ज्ञात करने के लिए, हमें S मॉड्यूलो 60 के मान की गणना करने की आवश्यकता होती है।

सर्वप्रथम, प्रतिरूप को समझने के लिए आइये हम 0! से 9! तक के क्रमगुणितों की गणना करते हैं:

$0! = 1$
$1! = 1$
$2! = 2$
$3! = 6$
$4! = 24$

5! = 120
6! = 720
7! = 5040
8! = 40320
9! = 362880

ध्यान दें कि $n \geq 5$ के लिए, n! 60 से विभाज्य है क्योंकि इसमें 2 के कम से कम दो और 5 का एक गुणनखंड सम्मलित है (और $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$)। इसलिए, $n \geq 5$ के लिए, $n! \equiv 0$ (मॉड 60) है।

अब, आइये 0! से 4! तक क्रमगुणितों पर विचार करके योग S की गणना करें! :

$S = 0! + 1! + 2! + 3! + 4!$
$= 1 + 1 + 2 + 6 + 24$
$= 34$

चूँकि $S = 34$, तब S को 60 से विभाजित करने पर शेषफल भी 34 होता है।

Exercise

1. संख्या 475240 में 5 के स्थानीय मान और जातीय मान में क्या अन्तर है?

A. 4990
B. 4995
C. 4890
D. 4885

2. (245x122x431) में इकाई अंक क्या हे?

A. 2
B. 3
C. 0
D. निर्धारित नहीं किया जा सकता

3. 7^{45} में इकाई अंक क्या है?

A. 3
B. 5
C. 0
D. 7

4. प्रथम 75 प्राकृतिक संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

A. 2650
B. 2675
C. 2750
D. इनमें से कोई नहीं

5. प्रथम 20 प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का योग ज्ञात कीजिए।

A. 4290
B. 4294
C. 4298

D. इनमें से कोई नहीं

Answer Key

1. B
2. C
3. D
4. D
5. D